

## Capítulo 4 Fuentes puntuales

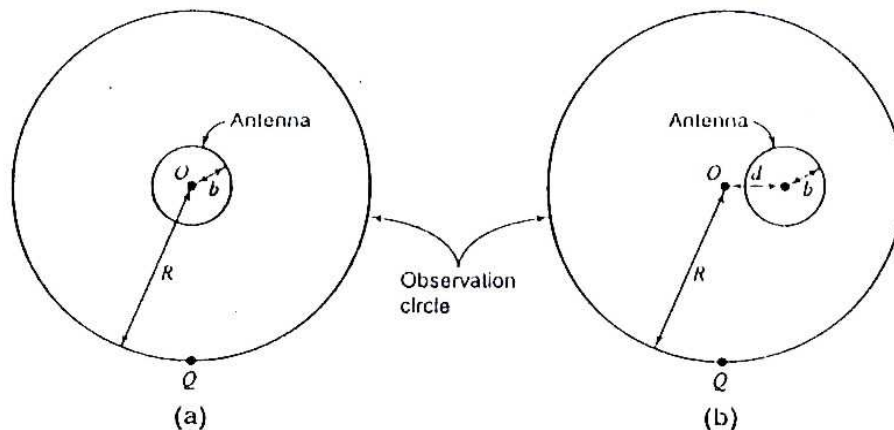
### 4-1 Introducción. Definición de Fuente puntual

A una distancia suficiente en el campo remoto de una antena, los campos radiados de la antena son transversales y el flujo de potencia o vector de Poynting ( $\text{Wm}^{-2}$ ) es radial como en el punto  $O$  a una distancia  $R$  en el círculo de observación en la Fig. 4-1. Es conveniente en muchos análisis asumir que los campos de la antena son en todas partes de este tipo. De hecho, nosotros asumiremos, extrapolando hacia el centro a lo largo del radio del círculo, que las ondas originadas se originan en un emisor sin volumen ficticio, o fuente puntual, en el centro  $O$  del círculo de observación. La variación del campo cerca de la antena, o campo cercano, es ignorada, y nosotros describiremos la fuente de las ondas solo en términos del campo remoto que este produce. Con tal de que nuestra observación sea hecha a suficiente distancia, cualquier antena, sin importar su tamaño o complejidad, puede ser representada en esta forma por una fuente puntual única.

En vez de hacer mediciones de campo alrededor del círculo de observación con la antena fija, el efecto equivalente puede ser obtenido haciendo las mediciones del campo en un punto fijo  $Q$  en el círculo y rotando la antena alrededor del centro  $O$ . Esto es usualmente el procedimiento más conveniente si la antena es pequeña.

En la Fig. 4-1a, el centro  $O$  de la antena coincide con el centro del círculo de observación. Si el centro de la antena es desplazado de  $O$ , aun a tal grado que  $O$  quede fuera de la antena como en la Fig. 4-1b, la distancia  $d$  entre los dos centros tiene un efecto insignificante en el diagrama del campo en el círculo de observación, con tal que  $R \gg d$ ,  $R \gg b$  y  $R \gg \lambda$ .

Sin embargo los diagramas de fase generalmente serán diferentes, dependiendo de  $d$ . Si  $d = 0$ , el desplazamiento de fase alrededor del círculo de observación es usualmente mínimo. Mientras  $d$  se incrementa, el desplazamiento de fase observado se vuelve más grande.



**Figura 4-1**  
**Antena y el círculo de observación**

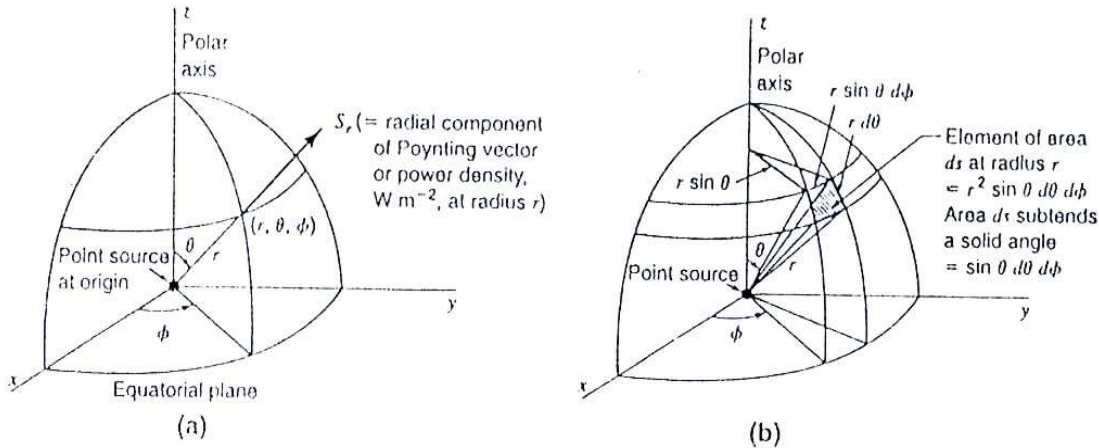
Como se discutió en la Sec. 2-3, una descripción completa del campo remoto de una fuente requiere tres diagramas: dos diagramas de los componentes ortogonales del campo como una función del ángulo [ $E_\theta(\theta, \phi)$ ,  $E_\phi(\theta, \phi)$ ] y un diagrama de la diferencia de fase de estos campos como una función de ángulo  $\delta(\theta, \phi)$ . Para muchos propósitos, sin embargo, un completo conocimiento no es necesario. Podría ser suficiente especificar solo la variación con el ángulo de la densidad de potencia o la magnitud del vector de Poynting (potencia por unidad de área) de la antena [ $S_r(\theta, \phi)$ ]. En este caso la naturaleza del vector no es tomada en consideración, y la radiación es tratada como una cantidad escalar. Esto es hecho en la sección 4-2. La naturaleza del vector es reconocida posteriormente en la discusión de la magnitud de los componentes del campo. Aunque los casos considerados como ejemplos en este capítulo son hipotéticos, estos pueden ser aproximados por antenas actuales.

### 4-2 Diagramas de Potencia.

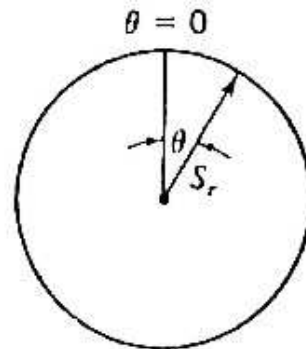
Permitamos a una antena transmisora en el espacio libre ser representada por una fuente radiante puntual ubicada en el origen de las coordenadas en la Fig. 4-2 (ver también Fig. 2.5). La energía radiada fluye desde la fuente en líneas radiales. La razón del tiempo del flujo de energía que fluye por unidad de área es el *vector de Poynting*, o *densidad de potencia* (vatios por metro cuadrado). Para una

fuelle puntual (o en el campo remoto de cualquier antena), el vector de Poynting  $\mathbf{S}$  solo tiene un componente radial  $S_r$ , sin ningún componente en las direcciones  $\theta$  o  $\phi$  ( $S_\theta = S_\phi = 0$ ). Así, la magnitud del vector Poynting, o la densidad de potencia, es igual al componente radial ( $|\mathbf{S}| = S_r$ ).

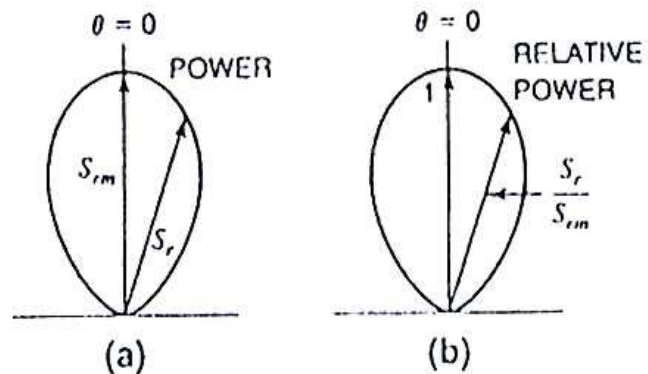
Una fuente que irradia energía en todas las direcciones uniformemente es una *fuelle isotrópica*. Para tal fuente la componente radial  $S_r$  del vector Poynting es independiente de  $\theta$  y  $\phi$ . Un gráfico de  $S_r$  a un radio constante como una función del ángulo es un vector Poynting, diagrama de flujo de potencia, pero usualmente es llamado *diagrama de potencia*. El diagrama de potencia tridimensional para una fuente isotrópica es un círculo (una sección transversal a través de una esfera), como esta mostrado en la Fig. 4-3.



**Figura 4-2**  
**Coordenadas esféricas para una fuente isotrópica**



**Figura 4-3**  
**Diagrama polar de potencia de una fuente isotrópica**



**Figura 4-4**  
**(a) Diagrama de potencia y (b) diagrama de potencia relativo para la misma fuente. Ambos tienen la misma forma. El diagrama de potencia relativo está normalizado para un máximo de (1)**

Aunque la fuente isotrópica es conveniente en la teoría, esta no es físicamente realizable. Aun las antenas más simples tienen propiedades direccionales, es decir estas irradian más energía en algunas direcciones que en otras. En contraste a la fuente isotrópica, podrían haber fuentes anisotrópicas. Como un ejemplo, el diagrama de potencia de una de tales fuentes es mostrado en la Fig.4-4<sup>a</sup>, donde  $S_{r,m}$  es el máximo valor de  $S_r$ .

Si  $S_r$  es expresado en vatios por metro cuadrado, el gráfico es un diagrama de potencia absoluto. De otro modo, si  $S_r$  es expresado en términos de su valor en alguna dirección de referencia, la grafica es un *diagrama de energía relativo*. Es costumbre tomar la dirección de referencia tal q  $S_r$  es a

máximo. Así, el diagrama de radiación para la potencia relativa es  $S_r/S_{rm}$  donde  $S_{rm}$  es el máximo valor de  $S_r$ . El máximo valor de un diagrama de potencia relativa es la unidad, como es mostrado en la Fig. 4-4b. Un diagrama con un máximo igual a la unidad es también llamado *diagrama normalizado*.

**4-3 Teorema de la Potencia y su aplicación para una fuente isotrópica.**

Si el vector de Poynting es conocido en todas los puntos en una esfera de radio  $r$  desde una fuente puntual en un medio sin pérdidas, la potencia total radiada por la fuente es la integral sobre la superficie de la esfera de la componente radial  $S_r$  del vector Poynting promedio. Así:

$$P = \iiint S \cdot ds = \iiint S_r ds \tag{1}$$

Donde

$P$  = potencia radiada, W.

$S_r$  = componente radial del vector de Poynting promedio,  $Wm^{-2}$ .

$ds$  = elemento infinitesimal del área de la esfera (ver Fig. 3-2b) =  $r^2 \sin\theta d\theta d\phi$ ,  $m^2$

Para una fuente isotrópica,  $S_r$  es independiente de  $\theta$  y  $\phi$ , así:

$$P = S_r \iiint ds = S_r \times 4\pi r^2 \tag{W} \tag{2}$$

y

$$S_r = P/4\pi r^2 \text{ (Wm}^{-2}\text{)} \tag{3}$$

La ecuación (3) indica que la magnitud del vector de Poynting varía inversamente proporcional al cuadrado de la distancia desde el radiador puntual Isotrópico. Esta es una afirmación de la bien conocida ley para la variación de la potencia por unidad de área como función de la distancia.

**4-4 Intensidad de radiación**

Como se discutió en la Sec. 2-5, la intensidad de radiación  $U$  es expresado en vatios por unidad de ángulo sólido ( $Wsr^{-1}$ ). La intensidad de radiación es independiente del radio. Esta es la potencia por unidad de radio. Esta es potencia por estereorradián. De 4-3-3 tenemos:

$$r^2 S_r = P/4\pi = U \tag{Wsr}^{-1} \tag{1}$$

Así, el teorema de la potencia puede ser reformulada como sigue:

La potencia total radiada es dada por la integral de la intensidad de radiación sobre un ángulo sólido de  $4\pi$  estereorradianes

Ya mencionado en la Sec. 2-5, los diagramas de potencia pueden ser expresados en términos del vector de Poynting (densidad de potencia) o de la intensidad de radiación. Un diagrama de radiación en términos de  $U$  es la misma como en la Fig. 4-4a con el vector de Poynting máximo  $S_m$  reemplazado por la intensidad de radiación máxima  $U_m$  y el vector de Poynting como función de  $r$  ( $S_r$ ) reemplazado por la intensidad de radiación como función de  $r$  ( $U_r$ ). El máximo valor de  $U_m$  es en la dirección  $\theta = 0^\circ$ . Los diagramas relativos del vector de Poynting y la intensidad de radiación son idénticos.

Aplicando (1) a una fuente isotrópica obtenemos:

$$P = 4\pi U_0 \text{ (W)}$$

donde  $U_0$  = intensidad de radiación de una fuente isotrópica.

**4-5 Ejemplos de diagramas de energía**

**Ejemplo**

**4-5.1 Fuente con diagrama de energía cosenoidal unidireccional.**

Una fuente tiene un diagrama de intensidad de radiación cosenoidal, esto es,

$$U = U_m \cos\theta \tag{1}$$

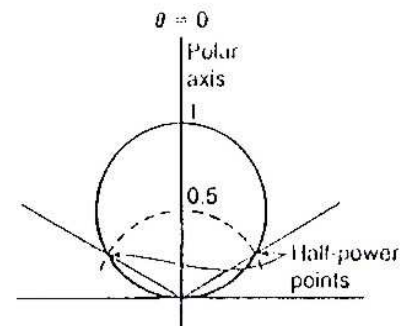
donde  $U_m$  = intensidad de radiación máxima.

La intensidad de radiación  $U$  tiene valor solo en la semiesfera superior ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$  y  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) y es cero en la semiesfera inferior. La intensidad de radiación es un máximo a  $\theta = 0$ . El diagrama es mostrado en la Fig. 4-5. El diagrama espacial es una figura de revolución de este círculo alrededor del eje polar. Hallar la directividad.

Para hallar la potencia radiada total por la fuente cosenoidal, aplicamos e integramos solo sobre el hemisferio superior. Así:

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} U_m \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi = \pi U_m \tag{2}$$

Si la potencia radiada por la fuente coseno unidireccional es la



misma que una fuente isotrópica, luego (1) y (2) en la sección 4-4 pueden ser establecidas iguales, produciendo:

$$\pi U_m = 4\pi U_0$$

o

$$\text{Directividad} = U_m/U_0 = 4 = D \quad \text{Rpta.} \quad (3)$$

**Figura 4-5**

**Diagrama de potencia para una coseno unidireccional**

Así, la intensidad de radiación máxima  $U_m$  de la antena cosenoidal unidireccional (en la dirección  $\theta = 0$ ) es cuatro veces la intensidad de radiación  $U_0$  de una fuente isotrópica radiando la misma cantidad de potencia. Los diagramas de radiación para dos fuentes son comparadas en la Fig. 4-6 para la misma potencia total radiada por cada una.

**Ejemplo 4-5.2 Potencia con un diagrama de potencia coseno bidireccional.**

Una fuente tiene un diagrama de potencia que es bidireccional. Hallar la directividad. Con radiación en dos hemisferios en vez de uno, la intensidad de radiación máxima es la mitad de su valor en el ejemplo 4-5.1. Así de (3)

$$D = 4/2 = 2 \text{ Rpta.}$$

**Ejemplo**

**4-5.3 Fuente con diagrama de potencia senoidal (Doughnut)**

Una fuente tiene un diagrama de intensidad de radiación dado por

$$U = U_m \text{sen} \theta \quad (4)$$

El diagrama es mostrado en la Fig. 4-6. El diagrama espacial es una figura de revolución de este diagrama alrededor del eje polar y tiene la forma de una dona. Hallar  $D$ .

**Solución**

Aplicando (4-3-3) la potencia radiada total es

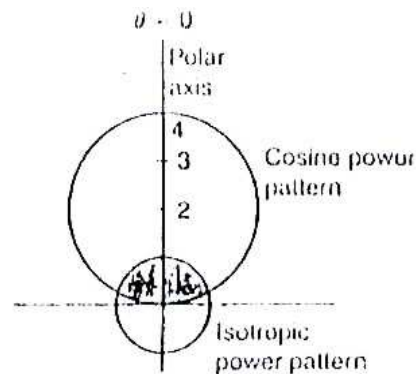
$$P = U_m \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \text{sen}^2 \theta d\theta d\phi = \pi^2 U_m \quad (5)$$

Si la potencia radiada por esta fuente es la misma para una fuente isotrópica tomada como referencia, tenemos:

$$\pi^2 U_m = 4\pi U_0 \quad (6)$$

y

$$\text{Directividad} = U_m/U_0 = 4/\pi = 1.27 = D \quad \text{Rpta.} \quad (7)$$



**Figura 4-6**

**Diagramas de potencia para un una fuente cosenoidal y una isotrópica**

**Ejemplo**

**4-5.4 Fuente con diagrama de radiación senoidal cuadrático.**

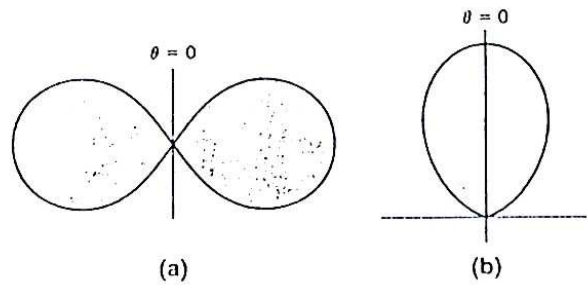
Una fuente tiene un diagrama de intensidad de potencia senoidal cuadrático. El diagrama de la intensidad de radiación es dado por:

$$U = U_m \text{sen}^2 \theta \quad (8)$$

El diagrama de potencia es mostrado en la Fig. 4-7a. Este tipo de diagrama es considerado interesante porque este es el diagrama producido por un dipolo corto coincidente con el eje polar ( $\theta = 0$ ) en la Fig. (4-3-3), la potencia radiada total es:

$$P = U_m \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \text{sen}^3 \theta d\theta d\phi = \frac{8}{3} \pi U_m \quad (9)$$

Si  $P$  es la misma para una fuente isotrópica,  
 $(8/3)\pi U_m = 4\pi U_0$   
 Y Directividad =  $U_m/U_0 = 3/2 = 1.5 = D$   
 Rpta. (10)



**Figura 4-7**  
**(a) Diagrama de potencia de un seno cuadrático (b) Diagrama de potencia de un coseno cuadrático unidireccional.**

**Ejemplo**

**4-5.5 Fuente con diagrama de potencia cosenoidal cuadrático**

Una fuente con un diagrama de intensidad de radiación cosenoidal cuadrático esta dado por

$$U = U_m \cos^2 \theta \tag{11}$$

La intensidad de radiación tiene valor solo en el hemisferio más alto como en la Fig.4-7b. El diagrama tridimensional o espacial es una figura de revolución alrededor del eje polar ( $\theta = 0$ ). Hallar la directividad.

**Solución**

La potencia total radiada es

$$P = U_m \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi = \frac{2}{3} \pi U_m \tag{12}$$

Si  $P$  es igual como en una fuente isotrópica

$$2/3\pi U_m = 4\pi U_0$$

y

$$\text{Directividad} = U_m/U_0 = 6 = D \text{ Rpta} \tag{13}$$

Así, la máxima potencia por unidad de ángulo sólido (en  $\theta = 0$ ) de una fuente con diagrama de radiación cosenoidal cuadrático es seis veces la potencia por unidad de ángulo sólido de una fuente isotrópica radiando la misma potencia.

Las directividades están resumidas en la tabla 4-1

**Tabla 4-1 Directividades de un los diagramas de radiación de fuentes puntuales en Ejemplos 4-5.1 al 4-5.5**

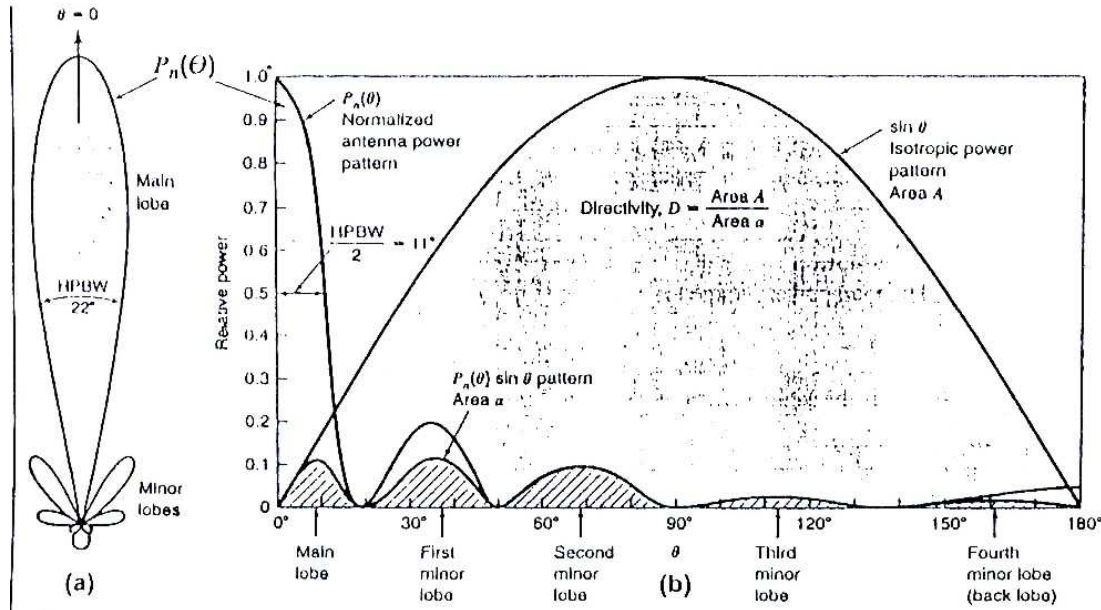
Patrones	Directividad
Cosenoidal unidireccional	4
Cosenoidal bidireccional	2
Senoidal doughnut	1.27
Senoidal cuadrática doughnut	1.5
Cosenoidal cuadrática unidireccional	6

El ejemplo 4-5.6 provee una visión de algún valor en el efecto que los lóbulos menores tienen en la ganancia o directividad. Sin lóbulos menores la ganancia de esta antena sería 91.4 o 19.6 dBi comparada con la ganancia de 18 o 12,6 dBi con lóbulos menores. Los lóbulos menores tienen un haz o ángulos sólidos grandes porque estos se extienden 360° en el azimuth o dirección  $\phi$  a grandes valores  $\text{sen}\theta$  ( $\theta$  cercano a 90°). El lóbulo principal, de otro lado, esta a ángulos  $\theta$  pequeños así que el producto  $P_n(\theta)\text{sen}(\theta)$  es pequeño, en realidad, cero a  $\theta = 0^\circ$ .

**Ejemplo**

**4-5.6 Haz pincel con lóbulos menores**

Como se muestra en la Fig. 4-8, el diagrama tiene un haz pincel (simétrico alrededor del eje  $\theta = 0$ ) con un HPBW del lóbulo principal de  $22^\circ$  aproximadamente y cuatro lóbulos menores. Hallar la directividad.



**Figura 4-8**

Los diagramas de potencia de un haz de antena en grafico polar (a) y en un grafico rectangular (b). El área mas grande sombreada A de (b) es para una fuente isotrópica mientras que el área a de la antena aparece como una serie de pequeñas áreas. La directividad es  $D = A/a$ .

**Solución**

La directividad esta dada por

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_n(\theta) \sin \theta d\theta d\phi} \quad (14)$$

donde el denominador es igual al área total del haz  $\Omega_A$

Porque el diagrama es simétrico (no varia con  $\phi$ ), la integral con respecto a  $\phi$  produce  $2\pi$  y (14) se reduce a

$$D = \frac{4\pi}{2\pi \int_0^\pi P_n(\theta) \sin \theta d\theta} \quad (15)$$

Solo tenemos el grafico del diagrama disponible, (ninguna expresión analítica), así que dividiremos el diagrama (Fig. 4-8) en 36 pasos de  $5^\circ$  cada uno. El valor aproximado de la integral en la primera división de  $5^\circ$  esta dado por

$$\frac{\pi}{36} P_n(\theta)_{av} \sin \theta_1 = \frac{\pi}{36} \frac{1.0 + .093}{2} \sin 2.5^\circ \quad (16)$$

y el valor aproximado de la directividad esta dado por la sumatoria de las 36 secciones o por

$$D \approx \frac{4\pi}{2\pi (\pi/36) \sum_{m=1}^{m=36} P_n(\theta_m)_{av} \sin \theta_m} \quad (17)$$

Completando la sumatoria, obtenemos:

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} \approx \frac{4\pi}{2\pi (\pi/36) (0.25 + 0.37 + 0.46 + 0.12 + 0.07)} = \frac{72}{1.27\pi} = 18.0 \quad (18)$$

o  $D = 12.6$  dBi

Es importante notar que el segundo lóbulo menor contribuye más al área total del haz, el primer lóbulo menor casi tanto, y el lóbulo principal menos que cualquiera de estos. Así, la directividad es



grandemente afectada por los lóbulos menores, lo cual es común con las antenas actuales. Para este diagrama de antena la eficiencia del haz esta dada por:

$$\epsilon_M = 0.25/1.27 = 0.20 \quad (19)$$

Si el segundo lóbulo fuese eliminado, la directividad se incrementaría a 14.5dBi (hasta 1.9dB mas) y si el primer y segundo lóbulo fuesen eliminados, la directividad se incrementaría a 17.1dBi (hasta 4.5dB mas).

La directividad obtenida en el ejemplo 4-5-6 es aproximada. Reduciendo suficientemente el tamaño del paso ( $5^\circ$  en el ejemplo), la sumatoria puede ser tan precisa como la data disponible lo permita. El cálculo de esta integral numérica puede ser facilitado usando una computadora.

El ancho de haz de media potencia del patrón en el ejemplo es aproximadamente  $22^\circ$ . Tomando  $k_p = 1$  y  $\epsilon_M$  como en ec. (19), la directividad aproximada es:

$$D \approx \frac{41,000\epsilon_M}{k_p \times \text{HPBW}^2} = \frac{41,000 \times 0.2}{(22^\circ)^2} = 16.9 \quad (12.3\text{dBi}).$$

lo cual es 0.3dB menos que lo obtenido en la sumatoria de 36 pasos.

El área del haz de una fuente isotrópica es igual a  $4\pi$  estereorradianes. En la Fig. 4-8b esto corresponde a un área "A" bajo la curva  $\sin\theta$ . El área de la fuente en el ejemplo 4-5.6 corresponde al área "a" bajo la curva  $P_n(\theta_m)\sin\theta_m$ . Así, la directividad es simplemente A/a o la razón del área de una fuente isotrópica al área de la fuente que esta siendo medida. Por lo tanto

$$D = 4\pi / \Omega_A = A/a$$

Si las áreas A y a son cortadas de una lamina de plomo delgada de grosor uniforme, la directividad equivale a la razón entre el peso de "A" y el peso de "a"

#### 4-6 Diagramas de campo

La discusión en las secciones precedentes esta basada en consideraciones de potencia. Así ha sido abordado por simplicidad de análisis, porque el flujo de potencia de una fuente puntual solo tiene una componente radial que puede ser considerada como una cantidad escalar. Para describir el campo de una fuente puntual mas completamente, necesitamos considerar el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y/o el campo magnético  $\mathbf{H}$  (ambos vectores). Para fuentes puntuales debemos tratar enteramente con campos remotos así  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  son ambos enteramente transversales a la dirección de la onda, son perpendiculares entre ellos, están en fase, y están relacionados en magnitud por la impedancia intrínseca del medio ( $\mathbf{E}/\mathbf{H} = \mathbf{Z} = 377\Omega$  para el espacio libre). Para nuestros propósitos suficiente considerar solo un vector de campo, y elegiremos arbitrariamente el campo eléctrico  $\mathbf{E}$ .

Desde que el vector de Poynting alrededor de la fuente puntual es siempre radial en todas partes, continua que el campo eléctrico es enteramente transversal, teniendo solo componentes  $E_\theta$  y  $E_\phi$ . La relación del componente radial  $S_r$  del vector de Poynting y las componentes del campo eléctrico son ilustrados por un diagrama de coordenadas esféricas en la Fig. 4-9. Las condiciones características del campo remoto entonces son:

1. Vector de Poynting radial (sólo componente  $S_r$ )
2. Campo eléctrico transversal (sólo componentes  $E_\theta$  y  $E_\phi$ )

El vector de Poynting y el campo eléctrico en un punto en el campo remoto están relacionados de la misma manera como lo están en una onda plana, si r es lo suficientemente grande, una pequeña sección de la onda esférica puede ser considerada como un plano.

La relación entre el vector de Poynting promedio y el campo eléctrico en un punto del campo remoto es

$$S_r = \frac{1}{2} \frac{E^2}{Z_0} \quad (1)$$

donde  $Z_0$  = impedancia intrínseca del medio y

$$E = \sqrt{E_\theta^2 + E_\phi^2} \quad (2)$$

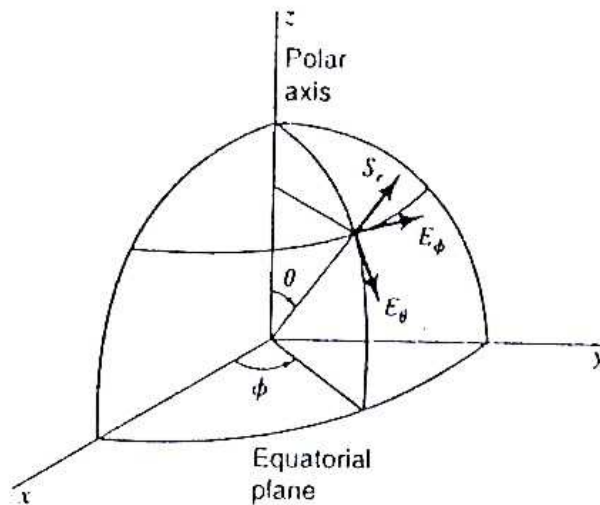
donde

- $E$  = amplitud total de la intensidad de campo eléctrico.
- $E_\theta$  = amplitud de la componente  $\theta$ .
- $E_\phi$  = amplitud de la componente  $\phi$ .

El campo puede ser elíptico, lineal o circular polarizado.

Si los componentes del campo están en valores rms, en vez de amplitudes, el vector de Poynting es dos veces el dado en (1).

Un diagrama mostrando la variación de la intensidad del campo eléctrico para un radio  $r$  constante como una función de los ángulos  $(\theta, \phi)$  es llamado un diagrama de campo. En la presentación de información concerniente al campo remoto de una antena, es costumbre entregar los diagramas de campo para los dos componentes,  $E_\theta$  y  $E_\phi$  del campo eléctrico desde que el campo eléctrico total  $\mathbf{E}$  puede ser obtenido de las componentes mediante (2), pero los componentes no pueden ser obtenidos conociendo solo  $\mathbf{E}$ .



**Figura 4-9 Relación entre el vector de Poynting  $S$  y los dos componentes de campo eléctrico del campo remoto**

Cuando la intensidad de campo es expresado en voltios por metro, esto es el *diagrama de campo absoluto*. De otro lado, si la intensidad de campo es expresada en unidades relativas a su propio valor en alguna dirección de referencia, esto es el *diagrama de campo relativo*. La dirección de referencia es usualmente tomada en la dirección de máxima intensidad de campo. El diagrama relativo de la componente  $E_\theta$  entonces es dado por

$$E_\theta / E_{\theta m} \tag{3}$$

y el diagrama relativo para  $E_\phi$  es dado por

$$E_\phi / E_{\phi m} \tag{4}$$

Donde

- $E_{\theta m}$  = valor máximo de  $E_\theta$
- $E_{\phi m}$  = valor máximo de  $E_\phi$

Las magnitudes de ambos componentes de campo eléctrico  $E_\theta$  y  $E_\phi$ , en el campo remoto varían inversamente con la distancia a fuente. Sin embargo, estos podrían tener diferentes funciones,  $F_1$  y  $F_2$ , en las coordenadas angulares,  $\theta$  y  $\phi$ . Así en general,

$$E_\theta = F_1(\theta, \phi)/r \tag{5}$$

$$E_\phi = F_2(\theta, \phi)/r \tag{6}$$

Ya que  $S_{rm} = E_m^2/2Z$ , donde  $E_m$  es el máximo valor de  $E$ , ahora dividiendo esto entre (1) tenemos que el diagrama de potencia total relativo es igual al cuadrado del diagrama de campo relativo total. Así:

$$P_n = S_r/S_{rm} = U/U_m = (E/E_m)^2 \tag{7}$$



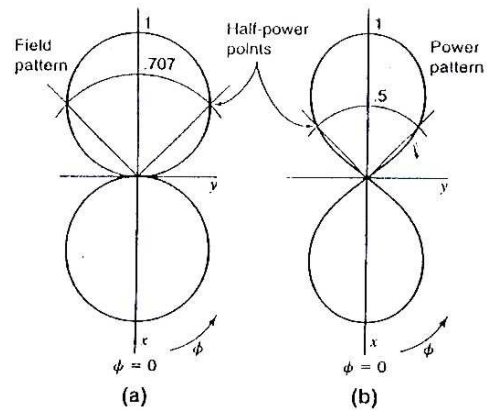
**Ejemplo**

**4-6.1 Fuente con diagrama de campo cosenoidal**

El campo remoto de una antena tiene solo un componente  $E_\phi$  en el plano ecuatorial, el componente  $E_\theta$  es cero en ese plano. El diagrama de plano ecuatorial relativo del componente  $E_\phi$  (esto es,  $E_\phi$  como una función de  $\phi$  para  $\theta = 90^\circ$ ) esta dado por

$$E_\phi / E_{\phi m} = \cos \phi \quad (8)$$

Este diagrama esta ilustrado en el lado izquierdo de la Fig. 4-10. La longitud del radio vector en el diagrama es proporcional a  $E_\phi$ . Un diagrama de esta forma puede ser producido por un dipolo corto coincidente con el eje y. Hallar D



**Figura 4-10**

**(a) Diagrama relativo de  $E_\phi$  del ejemplo 4-6.1 y (b) el diagrama de potencia relativo**

La potencia relativa (normalizada) en el plano ecuatorial es igual al cuadrado del diagrama relativo del campo. Así

$$P_n = S_r / S_{rm} = U / U_m = (E_\phi / E_{\phi m})^2 \quad (9)$$

y sustituyendo (8) en (9) tenemos

$$P_n = \cos^2 \phi$$

Este diagrama es ilustrado en la derecha de la Fig. 4-10

**Ejemplo**

**4-6.2 Fuente con diagrama de campo senoidal**

Una antena tiene un campo remoto que tiene solo una componente  $E_\theta$  en el plano ecuatorial, la componente  $E_\phi$  es cero en este plano. Asumir que diagrama en el plano ecuatorial de la componente  $E_\theta$  (esto es,  $E_\theta$  como una función de  $\phi$  para  $\theta = 90^\circ$ ) para esta antena esta dado por

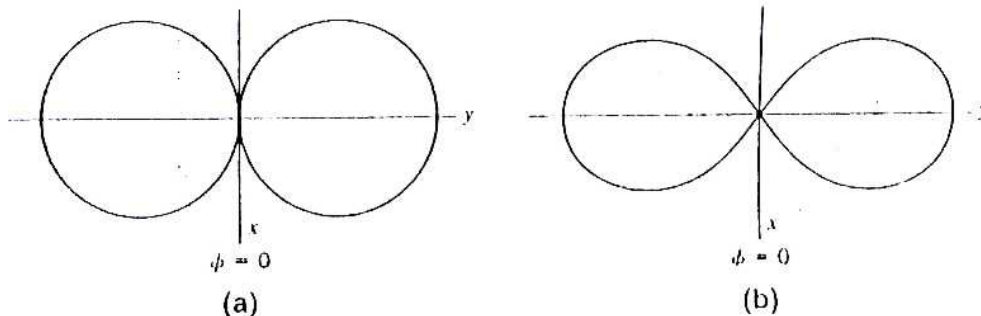
$$E_\theta / E_{\theta m} = \sin \phi \quad (10)$$

Este patrón es ilustrado por la Fig. 4-11a y puede ser producido por una antena de cuadro pequeña. El eje del cuadro coincide con el eje x. Hallar D.

El diagrama de potencia normalizado en el plano ecuatorial es

$$P_n = \sin^2 \phi \quad (11)$$

Este diagrama es mostrado en la Fig. 4-11



**Figura 4-11**

**(a) Diagrama relativo de  $E_\theta$  del ejemplo 4-6.2 y (b) el diagrama de potencia relativo**

**Ejemplo**

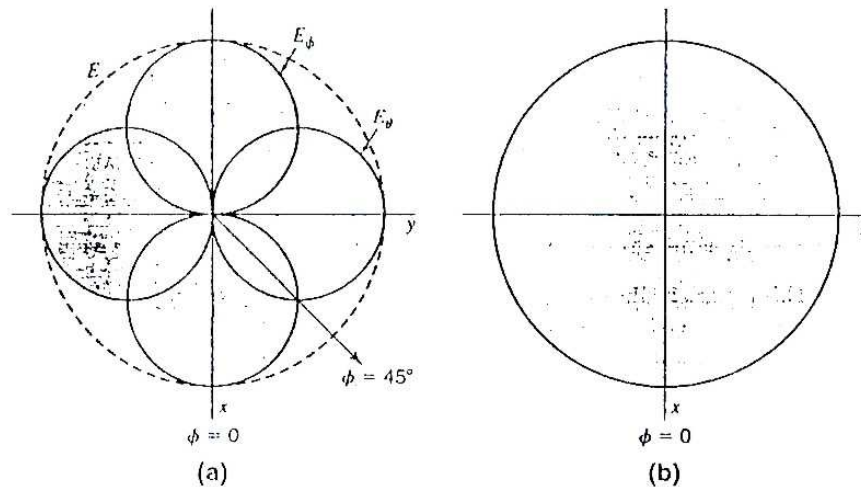
**4-6-3 Diagramas de un dipolo corto y un lazo**

El campo remoto de una antena tiene ambos componentes  $E_\theta$  y  $E_\phi$  en el plano ecuatorial ( $\theta = 90^\circ$ ). Suponer que esta antena es una composición de dos antenas, las que justamente hemos considerado en los dos ejemplos anteriores, y que una potencia igual es radiada por cada antena. Si ambos diagramas son de idéntica forma en las tres dimensiones también como en el plano xy, entonces a un radio  $r$  de la antena compuesta

$E_{\theta m} = E_{\phi m}$ . Los patrones individuales para los componentes  $E_\theta$  y  $E_\phi$  como están dados en (8) y (10) pueden luego ser mostrados a la misma escala por un diagrama, como en la Fig.4-12a. El diagrama relativo de el campo total E es

$$\frac{E}{E_m} = \sqrt{\sin^2 \phi + \cos^2 \phi} = 1 \tag{12}$$

Lo cual es un círculo como esta indicado en la línea punteada en la Fig. 4-12a. Hallar D.



**Figura 4-12**

**(a) Diagramas relativos de los componentes  $E_\theta$  y  $E_\phi$  del campo eléctrico y el campo total E de la antena del ejemplo 4-6.3 (b) Diagrama de potencia relativo total**

El diagrama relativo en el plano ecuatorial para la potencia total es por lo tanto un círculo de radio unitario como se ilustra en la Fig.4-12b.

Notamos en la Fig. 4-12<sup>o</sup> que a  $\phi = 45^\circ$  las magnitudes de los componentes de campo,  $E_\theta$  y  $E_\phi$ , son iguales. Dependiendo de la fase entre  $E_\theta$  y  $E_\phi$ , el campo en esta dirección puede ser plano, elípticamente o circularmente polarizada, pero sin tomar en cuenta la fase la potencia es la misma. Para determinar el tipo de polarización es requerido conocer el ángulo de fase entre  $E_\theta$  y  $E_\phi$ . Esto será discutido en la siguiente sección.

**4-7 Patrones de fase.**

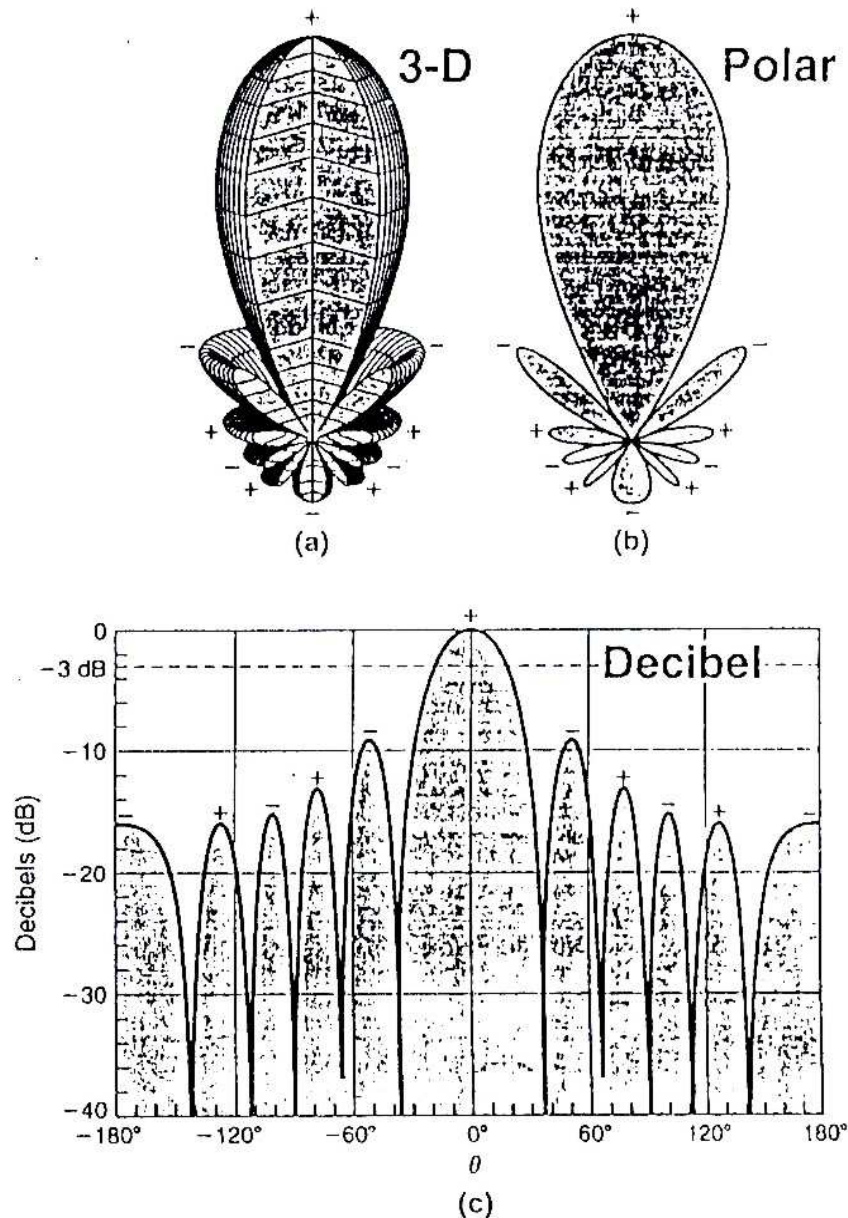
Asumiendo que el campo varía armónicamente con el tiempo y que la frecuencia es conocida, el campo remoto en todas direcciones desde una fuente puede ser especificado completamente por el conocimiento de las siguientes cuatro cantidades:

1. Amplitud de la componente polar  $E_\theta$  del campo eléctrico como una función de  $r$ ,  $\theta$  y  $\phi$
2. Amplitud de la componente azimutal  $E_\phi$  del campo eléctrico como una función de  $r$ ,  $\theta$  y  $\phi$ .
3. Retraso de fase  $\delta$  de  $E_\phi$  detrás de  $E_\theta$  como función de  $\theta$  y  $\phi$
4. Retraso de fase  $\eta$  de cualquier componente de campo detrás de su valor en el punto de referencia como una función de  $r$ ,  $\theta$  y  $\phi$ .

Ya que consideramos el campo de una fuente puntual como un campo remoto en todas partes, las cuatro cantidades de encima pueden ser consideradas como aquellas requeridas para completar el conocimiento del campo de una fuente puntual.

Si las amplitudes de las componentes del campo son conocidas a un radio particular desde la fuente puntual en el espacio libre, sus amplitudes a todas las distancias son conocidas mediante la ley de la inversa de la distancia. Así, es usualmente suficiente especificar  $E_\theta$  y  $E_\phi$  como función solo de  $\theta$  y  $\phi$  como, por ejemplo, para un conjunto de diagramas de campo.

La Fig. 4-13 muestra el diagrama de la Fig. 2-3 en tres dimensiones, diagrama polar y en decibelios. Notar que la polaridad de los lóbulos alterna (+ y -). Así, cuando la magnitud del campo de un lóbulo (+) y del lóbulo adyacente (-) son iguales, el campo total se hace cero, produciendo un nulo.



**Figura 4-13**  
**Diagrama tridimensional de campo en (a), diagrama polar en (b) y diagrama en decibelios en (c) mostrando la alternancia de fases (+ y -) de los lóbulos del diagrama**

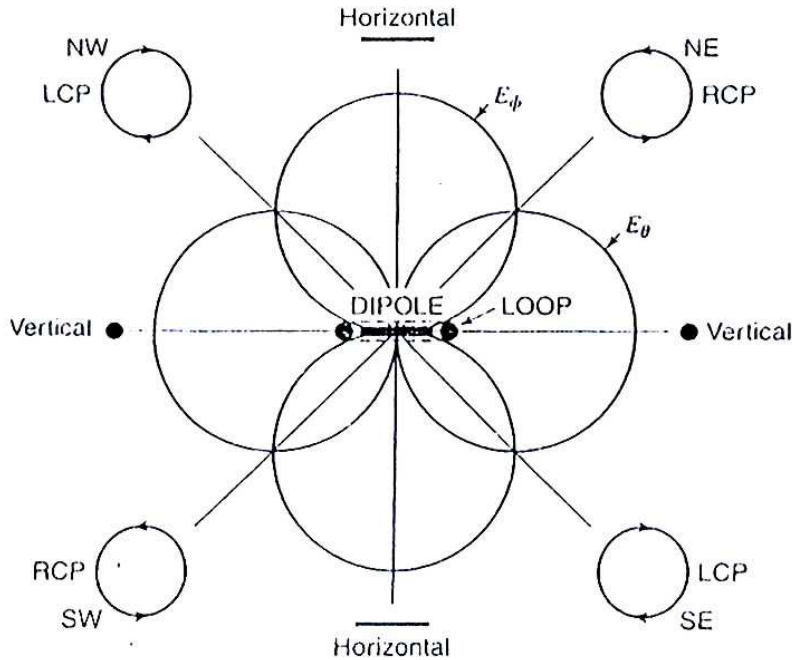
**Ejemplo**

**4-7.1 Campo de un dipolo y un cuadro en cuadratura de fase**

Un dipolo corto es situado dentro de un pequeño cuadro como en la Fig. 4-14. La magnitud del campo para ambos el dipolo y el cuadro son iguales. Si el dipolo y el cuadro son alimentados en cuadratura o  $90^\circ$  de desfase, cuales son los campos que son observados como una función de la azimuth en el plano de la página.

**Solución**

El campo norte y sur son polarizados horizontalmente (en el plano de la página). El campo este y oeste son polarizados verticalmente. A 45° o NE el campo es polarizado circularmente derecho (RCP). A 135° o SE el campo es polarizado circularmente izquierdo (LCP). A 225° o SO el campo es de nuevo polarizado circularmente derecho. Finalmente, a 315° o NO el campo es de nuevo polarizado circularmente izquierdo. A ángulos intermedios el campo esta elípticamente polarizado.



**Figura 4-14**  
Campos de un dipolo corto y un pequeño cuadro de igual magnitud y en cuadratura de fase